

CAPITOLUL 2

PROTECȚIA DATELOR ÎMPOTRIVA ERORILOR

2.1 Cauzele erorilor, mod de manifestare, metode de protecție a datelor

Principalele cauze ale erorilor în transmisiunile de date sunt: zgomotul, interferența simbolurilor și fluctuația tactului de sondare. Influența acestor cauze asupra mărimii coeficientului de eroare pentru un circuit dat depinde de mai mulți factori, cum ar fi: tipul circuitului, debitul datelor, metoda de modulație utilizată. În mod uzual coeficientul de eroare variază între 10^{-4} și 10^{-6} , iar gruparea erorilor depinde de tipul circuitului. Pentru cele mai multe aplicații coeficientul de eroare are o mărime inacceptabilă. Spre exemplu, într-o transmisiune facsimil, la explorarea unei pagini format A4 rezultă, pentru o anumită definiție, un număr de cca. $2 \cdot 10^6$ biți. Prin utilizarea unei metode de compresie eficiente numărul biților ce trebuie transmiși scade la 10^5 . Recepția eronată a unui bit afectează, datorită utilizării compresiei, reconstituirea unei linii. Cu un coeficient de eroare de 10^{-4} vor fi reconstituite greșit aproximativ 10 linii, ceea ce afectează foarte mult calitatea redării paginii transmise.

În funcție de natura cauzelor erorilor, acestea pot fi clasificate în erori independente și erori în pachete. În cazul erorilor independente simbolurile de date sunt afectate în mod independent unul de altul și probabilitatea unei grupări (model) oarecare de erori depinde numai de numărul lor. Astfel de erori sunt produse de zgomotul de origine termică (zgomot alb). În cazul pachetelor de erori, simbolurile de date sunt afectate în grup, de perturbații cu durată echivalentă cu cea a mai multor simboluri de date, de tipul zgomotului în impulsuri sau de trecerea canalului de transmisiune într-o stare neadecvată (fading pe canalele radio, defecte de scurtă durată).

Shannon a arătat că zgomotul nu introduce o limită inferioară asupra coeficientului de eroare și că, dacă debitul sursei nu depășește capacitatea canalului, există un procedeu de prelucrare a informației așa încât coeficientul de eroare la recepție să fie arbitrar de mic.

Metodele de protecție a datelor împotriva erorilor introduse de canalul de transmisiune implică folosirea unui codor în transmițător, a unui decodor în receptor și a unei strategii de

control al erorii. Strategia de utilizare a codorului și decodorului depinde de ansamblul sistemului de comunicații de date considerat. Această strategie poate fi o *simplă detecție a erorilor*, entitatea care primește datele fiind informată despre blocurile de date recepționate cu erori. Alte strategii urmăresc *corectarea erorilor* și, pentru acestea, se disting două cazuri: (1) detectarea blocurilor de date recepționate eronat și *corectarea erorilor prin retransmiterea* acestor blocuri și (2) *corectarea directă*, la recepție, a erorilor. Strategia corectării directe a erorilor, notată și FEC după denumirea în limba engleză (Forward Error Correction), necesită utilizarea unor coduri corectoare de erori. Celelalte strategii, de detecție simplă a erorilor sau de corectare prin retransmitere, necesită utilizarea unor coduri detectoare de erori. Strategia de corectare prin retransmitere este notată ARQ (Automatic Repeat Request).

Corectarea erorilor prin retransmitere este mai simplă în ceea ce privește complexitatea decodorului, dar necesită două căi de transmisiune: una pentru a transmite mesajele de informație (blocurile de date) și alta, în sens invers, pentru a transmite confirmările de recepție (pozitivă, fără erori și negativă, cu erori). În plus, corectarea erorilor se face cu o anumită întârziere. Strategiile de corectare prin retransmitere pot fi de trei tipuri: cu oprire și așteptare (stop and wait), retransmitere continuă cu întoarcere la N (go back- N) și retransmitere cu repetare selectivă (selective repeat).

În *retransmiterea cu oprire și așteptare* transmițătorul transmite un bloc, identificat prin numărul de ordine N și se oprește așteptând confirmarea de recepție. Dacă confirmarea este negativă retransmite blocul N , altfel transmite blocul $N + 1$. De asemenea, dacă într-un anumit interval de timp transmițătorul nu primește confirmarea de recepție (pentru că receptorul n-a recepționat blocul sau pentru că însuși mesajul de confirmare este eronat) blocul neconfirmat va fi retransmis. Această strategie poate fi utilizată pe un circuit semiduplex sau duplex.

În *retransmiterea continuă cu întoarcere la N* (GBN - go back- N), care necesită utilizarea unui circuit duplex, transmițătorul transmite blocuri continuu, fără a aștepta confirmarea după fiecare bloc transmis. În sensul invers sunt transmise confirmările de recepție, pentru fiecare bloc în parte sau pentru un grup de blocuri. Dacă o confirmare este negativă transmițătorul va relua transmiterea blocului eronat și a celorlalte care urmează după el, indiferent de felul cum au fost recepționate acestea.

Strategia de *retransmitere continuă cu repetare selectivă* este asemănătoare cu retransmiterea continuă GBN, deosebirea constând în faptul că, în caz de confirmare de recepție

negativă, se retransmite numai blocul eronat și se reia transmisia șirului de blocuri de unde s-a întrerupt.

Alegerea unei anumite strategii depinde de tipul aplicației și de tipul circuitului de date (mod de lucru - simplex, semiduplex, duplex, debitul datelor, timpul de propagare, coeficientul de erori).

Detectarea și corectarea erorilor sunt posibile prin adăugarea la simbolurile de date a unor simboluri suplimentare, redundante, de control. Problema codării constă în a găsi metodele de introducere a acestei redundanțe astfel încât să se obțină o reducere cât mai mare a coeficientului de erori, cu un randament k/n (k fiind numărul simbolurilor de date, n numărul total de simboluri după codare) cât mai bun și cu o complexitate a operațiilor de codare și de decodare cât mai redusă.

2.2 Coduri utilizate în comunicațiile de date

Noțiuni generale

La modul general, pentru a descrie transformarea pe care codorul o realizează, se poate utiliza un tabel de corespondență între intrarea și ieșirea acestuia. Dacă această transformare se realizează conform unor reguli simple rezultă avantaje privind elaborarea codurilor și operația de codare. De aceea prezintă interes *codurile cu verificarea parității*, deși această restricție conduce la o diminuare a performanțelor. Codorul pentru astfel de coduri primește la intrare un bloc de k simboluri de informație, calculează n sume modulo 2 cu diferite simboluri ale acestui bloc și, eventual, cu ale altor blocuri anterioare, transferând rezultatele celor n sume, reprezentând cuvântul de cod, la ieșirea sa. Randamentul codului este k/n .

Pentru un cod cu *controlul sistematic al parității* primele k simboluri transmise sunt identice cu simbolurile de informație. Celelalte $n - k$ simboluri sunt numite simboluri de control sau de paritate. Se disting două mari clase de coduri: *coduri bloc* și *coduri convoluționale* sau *recurente*.

Pentru codurile bloc cele $n - k$ simboluri de control depind numai de cele k simboluri de informație ale blocului la care se atașează. Pentru codurile convoluționale cele $n - k$ simboluri de control depind și de simboluri de informație ce aparțin unor blocuri anterioare. *Lungimea de*

constrângere l este numărul de blocuri verificate de simbolurile de control atașate unui bloc. Codurile bloc pot fi asimilate unor coduri convoluționale cu lungimea de constrângere $l = 1$.

În afara acestor coduri, a căror teorie a fost elaborată și sistematizată după publicarea de către Shannon a teoriei matematice a comunicațiilor, s-au utilizat și încă se utilizează coduri foarte simple, detectoare de erori. Astfel, o metodă foarte simplă de codare, frecvent utilizată, constă în a completa cuvintele de cod reprezentând caracterele (în codul ASCII spre exemplu) cu un bit suplimentar, numit bit de paritate. Acest bit este stabilit în așa fel încât numărul total de biți 1 din fiecare cuvânt să fie par (sau impar). Codul astfel format detectează erorile care apar în număr impar. Un exemplu este prezentat în figura 2.1.

Caracter grafic	Caracter ASCII	Cuvânt de cod
A	1000001	1000001 0
C	1100001	1100001 1
9	1001110	1001110 0

Fig. 2.1 Metoda parității simple

O creștere a capacității de de detecție se poate obține prin așa numita metodă a parității încrucișate (longitudinală și transversală), care se aplică unor grupuri de caractere (blocuri de date). Pe lângă bitul de paritate care se atașează fiecărui caracter (paritatea transversală), fiecărui grup de caractere i se atașează un caracter de control (paritatea longitudinală). Fiecare bit al acestui caracter suplimentar se stabilește după regula parității aplicate biților de același rang ai tuturor caracterelor grupului. Un exemplu este prezentat în figura 2.2.

1000001 0	
1100001 1	
1001110 0	
1101110 1	

Fig. 2.2 Paritatea longitudinală și transversală

O noțiune importantă în teoria codurilor o reprezintă *distanța Hamming*. Distanța între două cuvinte este numărul de poziții în care ele diferă. Spre exemplu, distanța între cuvintele (0110010) și (1011001) este 5. Distanța Hamming a unui cod este minimul distanțelor dintre oricare două cuvinte ale codului.

Condiția necesară și suficientă ca un cod să detecteze d erori sau mai puține este ca distanța Hamming să fie $d + 1$; în acest caz nici un model de d erori sau mai puține nu va transforma un cuvânt de cod într-un alt cuvânt de cod. Dacă distanța Hamming este mai mică sau

egală cu d va exista cel puțin o pereche de cuvinte de cod cu distanța între ele $d' \leq d$ și, prin urmare, un model de d sau mai puține erori care va transforma un cuvânt de cod într-un alt cuvânt de cod.

În același mod se poate arăta că pentru ca un cod să poată corecta orice model de t sau mai puține erori este necesar ca distanța Hamming să fie cel puțin $2t + 1$.

Coduri liniare

O mulțime ordonată de m elemente binare $\mathbf{v}=(a_1, a_2, \dots, a_m)$ reprezintă un *vector* într-un spațiu m -dimensional. O mulțime V de vectori reprezintă un *spațiu vectorial* dacă ea conține vectorul nul (00...0) și dacă suma a doi vectori ai mulțimii este un vector al acestei mulțimi. O submulțime a spațiului vectorial care satisface condițiile de definire a spațiului vectorial este numită *subspațiu vectorial*.

Se poate arăta că mulțimea U a tuturor secvențelor (vectorilor) de lungime n constituite cu elemente ale câmpului binar este un spațiu vectorial. O submulțime V a acestor vectori reprezintă un *cod liniar* dacă și numai dacă această submulțime este un subspațiu al spațiului U . Deoarece fiecare grup (în sens algebric) de vectori este un spațiu vectorial, codurile liniare mai sunt numite *coduri grup*.

Dacă \mathbf{c} este cuvântul de cod transmis și \mathbf{c}' este cuvântul recepționat, cuvântul eroare \mathbf{e} este dat de relația $\mathbf{c}+\mathbf{e}=\mathbf{c}'$.

Codurile polinomiale

Fie un cuvânt de cod $\mathbf{c}=(c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_0)$. Elementele cuvântului de cod pot fi considerate drept coeficienții unui polinom $\mathbf{c}(x)= c_{n-1}x^{n-1}+ c_{n-2}x^{n-2}+ \dots + c_{n-1}x^1+c_0$. În cele ce urmează termenii *cuvânt de cod* și *polinom de cod* vor fi utilizați cu aceeași semnificație.

Un *cod polinomial* este un cod bloc liniar (n, k) ale cărui polinoame de cod sunt toate multipli ai unui același polinom, de grad $n-k$, numit *polinom generator al codului*. Operațiile de codare și de decodare (cu detecția erorilor numai) pentru aceste coduri sunt foarte simple, constând în împărțiri de polinoame. În cele ce urmează se va arăta în ce constă operația de codare în cazul codurilor polinomiale.

Fie blocul de date $\mathbf{d}=(d_1d_2 \dots d_k)$ și polinomul corespunzător

$$d(x) = d_1x^{k-1} + d_2x^{k-2} + \dots + d_{k-1}x + d_k \quad (2.1)$$

Polinomul $x^{n-k}d(x)$ este de grad cel mult $n-1$. Împărțind $x^{n-k}d(x)$ prin polinomul generator $g(x)$ al unui cod polinomial (n, k) se obține restul $r(x)$ de grad cel mult $n-k-1$:

$$\frac{x^{n-k}d(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)} \quad (2.2)$$

Această relație arată că polinomul $x^{n-k}d(x) + r(x)$ este divizibil prin $g(x)$, este de grad mai mic decât n și, ca urmare, este un polinom de cod în codul generat de $g(x)$. Mai mult, primele k simboluri ale cuvântului sunt chiar simbolurile de date, în aceeași ordine, deci acest cuvânt este cuvântul de cod corespunzător blocului de date \mathbf{d} . Simbolurile de control sunt coeficienții restului împărțirii polinomului $x^{n-k}d(x)$ prin polinomul generator $g(x)$.

Operația de decodare pentru detecția erorilor constă în a împărți polinomul asociat cuvântului recepționat la polinomul generator. Dacă împărțirea dă rest înseamnă că au intervenit erori, dacă nu dă rest se consideră că n-au intervenit erori (corespunzător capacității de detecție a codului).

O clasă particulară de coduri polinomiale o reprezintă clasa codurilor ciclice. Un *cod ciclic* este un cod bloc liniar la care orice permutare ciclică a unui cuvânt de cod este tot un cuvânt de cod. Se arată că un cod ciclic este un cod polinomial al cărui polinom generator este divizor al lui $x^n + 1$.

Proprietățile codurilor polinomiale privind detecția erorilor

1. Dacă polinomul generator al unui cod polinomial are un număr par de termeni, codul va detecta toate modelele de erori cu un număr impar de erori. Este evident că în aceste cazuri polinomul eroare, dat de relația $\mathbf{c}'(x) = \mathbf{c}(x) + \mathbf{e}(x)$, are un număr impar de termeni, prin urmare nu este divizibil printr-un polinom cu un număr par de termeni și, în consecință, nici polinomul $\mathbf{c}'(x)$ asociat cuvântului recepționat nu va fi divizibil prin polinomul generator $g(x)$. Această proprietate asigură capacitatea de a detecta jumătate din toate modelele posibile de erori.

2. Dacă polinomul generator are cel puțin doi termeni și nu-l divide pe $x^m + 1$ ($m < n$) codul corespunzător detectează toate erorile duble. Unei erori duble îi corespunde polinomul $e(x) = x^i + x^j = x^i(1 + x^{j-i})$ (cu $i < j$) și acest polinom nu se divide prin $g(x)$ pentru că $j-i < n$.

3. Codurile polinomiale (n, k) permit detectarea tuturor pachetelor de erori de lungime $l \leq n-k$. Polinomul corespunzător unui pachet de erori de lungime l se poate scrie ca $x^i p(x)$, unde polinomul $p(x)$ are gradul maxim $l-1 < n-k$ și nu este divizibil prin $g(x)$, de grad $n-k$.

Detectarea erorilor este mai simplă decât corectarea directă a lor, deoarece necesită doar calculul corectorului, ceea ce, în cazul codurilor polinomiale, se reduce la împărțirea a două polinoame. În plus, codurile polinomiale au o foarte bună capacitate de detecție a erorilor independente și a erorilor în pachete și, pentru aceste motive, sunt foarte utilizate pentru a asigura protecția datelor la erori.

2.3 Strategia de control al erorii cu oprire și așteptare (Stop and wait)

Această strategie de control al erorii este utilizată în protocoalele orientate pe caracter funcționând în modul semiduplex. O stație sursă transmite un cadru de informație și așteaptă confirmarea de recepție corectă sau eronată de la cealaltă stație, de destinație. Apoi stația sursă fie transmite un nou cadru, dacă a primit o confirmare de recepție pozitivă pentru cadrul precedent (recepție fără erori), fie retransmite cadrul dacă a primit confirmare negativă. Evident, pentru identificare, cadrele de informație sunt numerotate.

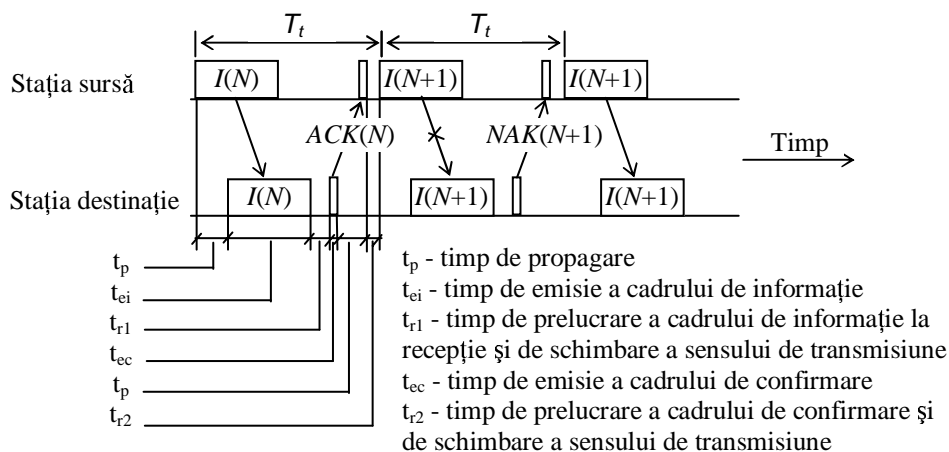


Fig. 2.3 Strategia de retransmitere cu oprire și așteptare

Sunt două variante de realizare a acestei strategii, numite (1) *retransmitere implicită* și (2) *cerere explicită*. În retransmiterea implicită stația de destinație transmite numai confirmări

pozitive (pentru cadrele recepționate fără erori). Faptul că, într-un anumit interval de timp, stația sursă nu primește confirmarea de recepție reprezintă un indiciu că precedentul cadru n-a fost recepționat corect și-l va retransmite. În cea de a doua variantă stația de destinație va transmite, în cazul recepției eronate a unui cadru, confirmare negativă pentru a solicita, explicit, retransmiterea acelui cadru (figura 2.3).

Unul din criteriile de comparație a diferitelor strategii de control al erorii este eficiența (randamentul) utilizării capacității de transmisiune a legăturii de date. Notând cu D debitul datelor în transmisiunea pe circuitul de date și cu D_e debitul efectiv al datelor corespunzător protocolului de comunicație utilizat pe legătura de date, reprezentat de numărul mediu de biți de date transmiși în unitatea de timp, ținând seama de timpul de așteptare și de posibilele retransmiteri ale cadrelor, randamentul protocolului este definit de relația $\eta = D_e/D$. Pentru calculul randamentului se vor face următoarele ipoteze și notații:

- erorile sunt independente și vor fi toate detectate la recepție;
- cadrele de confirmare nu sunt eronate (ipoteză justificată de faptul că aceste cadre sunt foarte scurte - posibil trei caractere);
- numărul de retransmiteri este nelimitat; în realitate numărul retransmiterilor aceluiași cadru este limitat, dar este foarte puțin probabil ca, într-o funcționare normală, să apară necesitatea retransmiterii aceluiași cadru de un număr mare de ori;
- numărul biților de informație (date) dintr-un cadru este k , cel al biților suplimentari, necesități de protocolul utilizat, este s , iar probabilitatea de eroare pe bit este p_e .

Numărul total de biți într-un cadru fiind $k+s$, probabilitatea de recepție corectă a unui cadru este $P_c = (1 - p_e)^{k+s}$. Pentru a determina timpul mediu necesar pentru transmiterea și recepția corectă a unui cadru se ține seama de timpul cheltuit în fiecare din cazurile posibile și de probabilitatea de realizare a cazului respectiv, așa cum se arată în tabelul următor.

Timpul mediu se calculează ca o medie ponderată:

$$T_m = \sum_{i=1}^{\infty} iT_i(1 - P_c)^{i-1} P_c = T_i / P_c \quad (2.3)$$

iar debitul efectiv este

$$D_e = k/T_m = kP_c/T_i = P_c D k/(k + u) \quad (2.4)$$

Numărul de transmiteri pentru recepția corectă a cadrului	Timpul cheltuit	Probabilitatea de realizare a acestei situații
1	T_t	P_c
2	$2T_t$	$(1 - P_c)P_c$
.....
i	iT_t	$(1 - P_c)^{i-1} P_c$
.....

$(k+u)$ reprezentând totalul biților ce ar putea fi transmiși, cu debitul D , în intervalul T_t . Din (2.4) rezultă randamentul protocolului:

$$\eta = D_e / D = P_c k / (k + u) \quad (2.5)$$

Deoarece probabilitatea de recepție corectă a unui cadru P_c scade pe măsură ce k , numărul biților de date din cadru, crește, există o valoare optimă a lui k pentru care randamentul este maxim. Punând condiția $\partial \eta / \partial k = 0$ rezultă valoarea optimă a lui k :

$$k_o = \frac{1}{2} \left[\left(u^2 - \frac{4u}{\ln(1 - p_e)} \right)^{1/2} - u \right] \ln(1 - p_e) \quad (2.6)$$

Exemplu. Fie o legătură pe un circuit terestru cu o lungime de cca. 500 km, cu următorii parametri: timpul de propagare $t_p = 2$ ms, debitul $D = 4800$ b/s, $t_{r1} = t_{r2} = 100$ ms, $s = 40$ biți, $t_{ec} = 5$ ms. Pentru $p_e = 10^{-4}$ rezultă $k_o = 2760$ biți, $D_e = 2625$ b/s și $\eta = 54\%$, iar pentru $p_e = 10^{-5}$ rezultă $k_o = 9740$ biți, $D_e = 3930$ b/s și $\eta = 82\%$ [MAC 87].

2.4 Retransmiterea continuă

În strategia de retransmitere continuă stația sursă emite continuu cadre de informație, fără a aștepta cadrele de confirmare. Însă numărul m de cadre de informație pe care le poate transmite, fără a avea confirmarea de recepție corectă pentru vreunul dintre ele, este limitat. Valoarea minimă a acestui număr este astfel determinată încât, în funcționare normală, stația care emite cadrele de informație să nu fie nevoită să înceteze transmisia pentru a aștepta cadre de

confirmare. Pe de altă parte, având în vedere faptul că stația sursă trebuie să memoreze, într-o așa numită listă de retransmitere, cadrele de informație transmise pentru care nu a primit încă confirmările de recepție, este bine ca acest număr să nu fie cu mult mai mare decât valoarea minimă necesară, pentru a menține în limite acceptabile capacitatea memoriei în care vor fi reținute aceste cadre. Desigur, la recepția de către stația sursă a unei confirmări pozitive cadrul de informație respectiv va fi eliminat din lista de retransmitere.

Pentru a determina valoarea minimă a lui m se ține seama de timpul t_1 necesar emiterii unui cadru de informație și de timpul de propagare t_p între stația sursă și stația de destinație (figura 2.4).

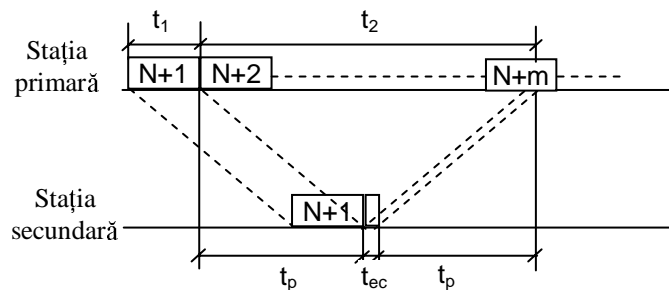


Fig. 2.4 Retransmiterea continuă

Din figura 2.4 rezultă că este necesar ca m să îndeplinească condiția

$$(m-1)t_1 \geq t_2 \quad (2.7)$$

rezultând

$$m \geq 1 + \frac{t_2}{t_1} \quad (2.8)$$

unde $t_2 = 2t_p + t_{ec}$. Așa cum se va arăta la prezentarea protocoalelor care utilizează o astfel de strategie pentru controlul erorii, confirmările de recepție pot fi incluse în cadrele de informație transmise în sens invers.

Exemplu. Fie o transmisie pe un circuit realizat prin intermediul unui satelit, cu un debit de 48 kb/s și un timp de propagare de 300 ms. Considerând că numărul biților de informație dintr-un cadru este $k = 1000$, cel al biților suplimentari este $s = 40$, iar cadrul de confirmare are 24 biți, rezultă $t_1 = 1040/48 \text{ ms} = 21,7 \text{ ms}$, $t_2 = 2t_p + t_{ec} = 600 + 24/48 = 600,5 \text{ ms}$ și $m \geq 1 + 600,5/21,8$. Valoarea minimă pentru m va fi 29.

2.4.1 Randamentul strategiei cu întoarcere la N (Go-back-N)

În cazul primirii unei confirmări negative stația sursă retransmite toate cadrele de informație începând cu cel recepționat eronat. Pentru calculul randamentului se vor considera, la fel ca la retransmiterea cu oprire și așteptare, situațiile posibile și probabilitățile de realizare ale acestora, menționate în tabelul ce urmează.

Numărul de transmiteri pentru recepția corectă a cadrului	Timpul cheltuit	Probabilitatea de realizare a acestei situații
1	t_1	P_c
2	$t_1(1+m)$	$(1-P_c)P_c$
.....
i+1	$t_1(1+im)$	$(1-P_c)^i P_c$
.....

Timpul mediu cheltuit pentru transmiterea unui cadru este

$$T_m = \sum_{i=0}^{\infty} t_1 P_c (1-P_c)^i (im+1) = t_1 \left[\frac{m(1-P_c)}{P_c} + 1 \right] \quad (2.9)$$

iar debitul efectiv va fi

$$D_e = \frac{k}{T_m} = \frac{kD}{k+s} \left[1 + m \frac{1-P_c}{P_c} \right]^{-1} \quad (2.10)$$

Din relația (2.10) rezultă randamentul strategiei cu întoarcere la N:

$$\eta = \frac{k}{k+s} \left[1 + m \frac{1-P_c}{P_c} \right]^{-1} \quad (2.11)$$

Prin m randamentul depinde de debitul D și de timpul de propagare t_p . Cu cât D și t_p sunt mai mari cu atât randamentul acestei strategii scade.

2.4.2 Randamentul strategiei cu repetare selectivă

Cu această strategie de control al erorii stația sursă va retransmite numai cadrele de informație care au fost recepționate eronat la destinație. Situațiile posibile, probabilitățile asociate și timpii cheltuiți sunt prezentate în tabelul următor.

Numărul de transmiteri pentru recepția corectă a cadrlui	Timpul cheltuit	Probabilitatea de realizare a acestei situații
1	t_l	P_c
2	$2t_l$	$(1 - P_c)P_c$
.....
i	it_l	$(1 - P_c)^{i-1} P_c$
.....

Timpul mediu cheltuit pentru transmiterea unui cadru de informație este dat de relația

$$T_m = \sum_{i=1}^{\infty} it_l P_c (1 - P_c)^{i-1} = \frac{t_l}{P_c} \quad (2.12)$$

rezultând debitul efectiv

$$D_e = \frac{kD}{k + s} P_c \quad (2.13)$$

și randamentul acestei strategii

$$\eta = \frac{k}{k + s} P_c \quad (2.14)$$

După cum se poate observa, randamentul strategiei cu repetare selectivă nu depinde de debit și de timpul de propagare.

2.4.3 Comparație între metodele de retransmitere

Metoda retransmiterii cu oprire și așteptare este simplă, nu necesită o capacitate mare a memoriei, deoarece stația sursă nu trebuie să memoreze decât un cadru de informație și nu necesită un circuit de date duplex, ci unul semiduplex. În schimb, în comparație cu celelalte metode, este net mai puțin performantă.

Celelalte două metode necesită echipamente mai complexe, un circuit de date duplex, o capacitate mare a memoriei, cu atât mai mare cu cât m este mai mare. Desigur, retransmiterea cu repetare selectivă este mai performantă decât retransmiterea cu întoarcere la N, dar pentru valori

mici ale lui m performanțele lor sunt foarte apropiate, așa cum se poate vedea și din tabelul următor.

	Randament		
	Oprire și așteptare	Întoarcere la N	Repetare selectivă
Circuit terestru: $D=4800$ b/s, $t_p=2$ ms, $t_{ec}=100$ ms, $k=1000$, $s=40$, $p_e=10^{-5}$	46%	m=2	
		93%	94%
Circuit prin satelit: $D=48$ kb/s, $t_p=300$ ms, $k=1000$, $s=40$, $p_e=10^{-4}$	Nereco- mandată	m=29	
		23%	86%

Pentru circuite cu timp de propagare mic rezultă m mic (circuitul terestru în tabel) și cele două strategii de retransmitere continuă au performanțe apropiate deoarece, în cazul unei confirmări negative, se retransmit puține cadre și în strategia cu întoarcere la N (două pentru exemplul din tabel).